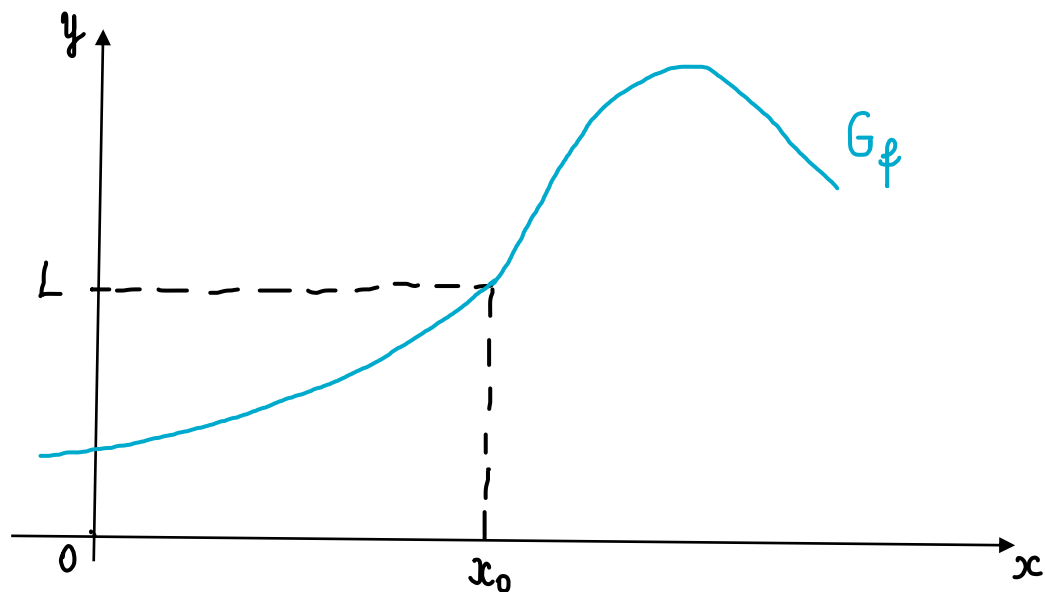


Definiția limitei unei funcții într-un punct (M₂)



Obs. i) $\dots < x < \dots \quad | - x_0$

$$\Leftrightarrow \dots < x - x_0 < \dots$$

$$\Leftrightarrow |x - x_0| < \dots$$

ii) $\dots < f(x) < \dots \quad | - L$

$$\Leftrightarrow \dots < f(x) - L < \dots$$

$$\Leftrightarrow |f(x) - L| < \dots$$

I. Def.

Fie $D \subset \mathbb{R}$; $f: D \rightarrow \mathbb{R}$; $L \in \mathbb{R}$; x_0 punct ...

1) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ dacă $\forall \dots > 0 \Rightarrow \exists \dots > 0$ astfel încât dacă $\dots < | \dots | < \dots$, atunci $| \dots | < \dots$

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ dacă $\forall U \in \mathcal{V}(\dots) \Rightarrow \exists V \in \mathcal{V}(\dots)$ astfel încât dacă $\dots \in \dots$, atunci $\dots \in \dots$

II. Ex.

Demonstrați, folosind criteriul $\varepsilon - \delta$ că $\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 2) = ..$

$\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 2) = ..$ dacă $\forall \dots > 0 \Rightarrow \exists \dots > 0$ astfel încât dacă $\dots < | \dots | < ..$, atunci $| \dots | < ..$

III. Def.

Fie $D \subset \mathbb{R}$; $f: D \rightarrow \mathbb{R}$; $L_s(x_0) \in \mathbb{R}$; $L_d(x_0) \in \mathbb{R}$; x_0 punct ...

i) $\lim_{x \nearrow x_0} f(x) = L_s(x_0)$ dacă $\forall \epsilon > 0 \Rightarrow \exists \delta > 0$ astfel încât dacă $x_0 < x < x_0 + \delta$, atunci $|f(x) - L_s(x_0)| < \epsilon$.

ii) $\lim_{x \searrow x_0} f(x) = L_d(x_0)$ dacă $\forall \epsilon > 0 \Rightarrow \exists \delta > 0$ astfel încât dacă $x_0 - \delta < x < x_0$, atunci $|f(x) - L_d(x_0)| < \epsilon$.

IV. Prop.

$$\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow L_s(x_0) = L_d(x_0) = L$$